

# 極限

---

Speaker : 天下のパクリ屋たか

**Abstract:** 実数上で定義された函数  $f$  が実数の点  $a$  で連続とは,

$$\forall \varepsilon >_{\mathbb{R}} 0 \exists \delta \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} |x - a| <_{\mathbb{R}} \delta \implies |f(x) - f(a)| <_{\mathbb{R}} \varepsilon$$

であり, 点  $a$  での  $f$  の値が近傍の値から近似できるということである. この近似という言葉を送りに言い換えると次のようになる: 「点  $a$  に収束する数列  $\langle x_n; n \in \omega \rangle$  に対して, 数列  $\langle f(x_n); n \in \omega \rangle$  は  $f(a)$  に収束する。」この言いかえにより,  $f$  が連続であることは **極限を保存する** ということであることが分かる.

講演では, 実数の話から始まり一般の位相空間で定義される数列“ネット”に関して極限や連続の定義について詳述し, Hausdorff や compact の同値な定義を紹介する. さらに踏み入った話として, 集合論で重要になる無限の種類や圏論での極限と連続に関しても触れていく.

Key words:  $\varepsilon$ - $\delta$  論法, 連続, 位相空間論, 圏論 etc.

前提知識: 基本的な論理や位相空間論の定義を理解していることが望ましい.