

# 代数的場の理論と Fermi 粒子

Dau (@Dau60028)

場の理論の数学的定式化の一つである代数的場の理論とその代表的な成果である Fermi 粒子の反交換関係を紹介するというのが本講演の目的である。

前提知識として学部関数解析の基礎、或いは学部の量子論の基礎を要求するが、それらの知識が無くとも聴けるように努める。場の理論や作用素環に関する初等的な素養があるとより楽しめると思う。

代数的場の理論のことを知らない者のために、以下に歴史的背景等を手短かに述べる。

相対論と量子論が誕生したことにより、20 世紀は「物理学の世紀」と呼ばれるほど物理が急速かつ高度に発展した 100 年間であることはよく知られている。これら 20 世紀を代表する二つの理論を統合すればより多くの自然現象を説明できると期待できる。こうして、Dirac による電磁場の量子化の研究 (1927) を端緒とし、そして Heisenberg-Pauli(1929) にて枠組みが与えられて生まれたのが場の量子論である。場の量子論は場の古典論を包含していると考えられるため、しばしば場の理論とも呼ばれる。

場の理論が創始してから約 1 世紀が経っているにもかかわらず、その物理的・数学的全貌は明らかになっていない。1950 年代には場の理論の紫外発散の問題が知られており、それを解決するために場の理論を数学的に研究するという試みが提案された。その先駆けとして古典場の正準量子化を中心に物理学者の直観・期待を公理としてまとめた Wightman の仕事が有名である。Wightman 公理系 (1955) は量子場を作用素値超関数なる非有界作用素として定式化するため数学的に難しいが、スピン・統計定理や CPT 定理といった場の理論の基本的な法則の導出に成功した。そのため、数学的構造を検討することで場の理論を調べるというドクトリンは継承されることとなった。

こうして 1962-1964 年に提唱された数学的定式化が荒木-Haag-Kastler 公理系であり、これを公理とした場の理論を代数的場の理論と呼ぶ。代数的場の理論は、誤解を恐れずにその世界観を述べるならば、「時空の有界領域  $\mathcal{O}$  毎に可観測量の成す代数  $\mathcal{A}(\mathcal{O})$  の全体が理論を定め、個々の量子場  $\varphi(x)$  はそれを物理的文脈に具現化する“座標”として機能する」というものである。この公理系は成功しており、実際、場の理論だけでなく量子統計物理の数理的研究に大きく貢献したことが知られている。

## 参考文献

- [1] 荒木不二洋, 『量子場の数理』, 岩波書店, (1993).
- [2] R.Haag, *Local Quantum Physics* (second revised and enlarged edition), Springer, (1996)
- [3] 小嶋泉, 『量子場とマイクロ・マクロ双対性』, 丸善出版, (2013).
- [4] 小嶋泉-岡村和弥, 『無限量子系の物理と数理』, サイエンス社, (2013).
- [5] E.Witten, [arXiv:2112.11614 [hep-th]].
- [6] 生西明夫-中神祥臣, 『作用素環入門 I』, 岩波書店, (2007).