

# 位相空間、測度空間の非可換化

まるまる

2026 年

## 1 アブストラクト

「位相空間、測度空間の非可換化」というタイトルをつけましたが、実質作用素環論の入門的な講演です。

作用素環論とはその名の通り作用素の成す (多元) 環であり、実態としてはヒルベルト空間上の有界線形作用素全体  $B(\mathcal{H})$  の部分環を解析する分野です。とくに、 $B(\mathcal{H})$  の部分環で、一様収束で閉じるものを  $C^*$  環、各点収束で閉じるものを von Neumann 環と呼びます。作用素環論の研究では基本的にこの二つの対象を調べることになります。

実は可換な  $C^*$  環はある位相空間の連続関数環と、可換な von Neumann 環はある測度空間の  $L^\infty$  空間と同一視できることが知られています。このことから、作用素環論は「非可換位相空間」、「非可換測度空間」と呼ばれることもあります。

本講演ではこの点について詳しく解説し、位相空間論、測度空間論で一般的に成り立つ定理の非可換化を紹介します。具体的には、

- ラドンニコディムの定理
- エゴロフ・ルジンの定理
- ティーツェの拡張定理

などの非可換化を紹介できたらなと思ってます。(全然変わると思います)

本講演を聴いて作用素環論について興味を持ってくださるとありがたいです。

また、まだまだ勉強途中の分野なのでいろいろ突っ込んでくれるとありがたいです。

## 2 前提知識

測度空間、関数解析の基礎的な知識を仮定します。

作用素環論の知識は適宜定義していくので知らなくても大丈夫です。