

小中高生のころ習う前に気がついていたこと～4次元における正多面体、微分積分学の基本定理、ガウス＝ボンネの定理

渕沢弘昌（星くず算数・数学教室）

2026年3月

私は50歳の塾講師です。昨年11月、長谷川浩司先生（東北大理学研究科数学専攻）とXでお話をしていて、私が幼稚園に上がる前、幼稚園、小中高生のころ考えていたこと（気がついていたこと）が、けっこうおもしろいのではないかという話になり、それらのことを長谷川先生のすすめで私の教室のブログに書きました。2026年2月12日の時点で大小26個の記事になっています。そのうちから、いくつかの話題についてお話しします。

まず、中学のころ気づいていたこととして、4次元における、立方体、正四面体に相当する図形の存在があります。後者は、大学で習う単体（simplex）に相当します。

同じく中学のころ気づいたことです。平面上において、2直線の位置関係は、(1)ぴったり重なる、(2)1点で交わる、(3)平行、の3種類があります。3次元の空間ではこれに(4)ねじれの位置、が加わります。4次元では、これに何が加わるであろうかと考えました。しばらく考え、これ以上もう増えない、ということに気づきました。このことを、線形代数の初歩の知識を仮定してお話しします。

高校2年のとき、物理の授業でニュートンの運動方程式を学びました。位置を時刻で微分すると速度となることを学びました。このことから、この逆の計算をすると面積や体積が出ることに気づきました。つまり大きさに申しますと微分積分学の基本定理に気づいていたことになります。円錐の体積は円柱の体積の $\frac{1}{3}$ であることを示し、一般にn次元錐の体積はn次元柱の体積の $\frac{1}{n}$ であることを示していました。

高校2、3年のとき、ガウス＝ボンネの定理（の一部）に気づき、証明をしていました。これは、よく思い出してみると、ガウス＝ボンネの定理のスピリットには決して気づくことのなかった私の限界を示しています。高校生だった当時の私の知識である初等数学の範囲でお話しします。

26本の記事のすべては、星くず算数・数学教室のブログでお読みなれます。以下のブログのうち「自伝風の読み物」というタグの記事です。

<https://hoshikuzumath.com/category/blog/>