

非線形偏微分方程式のある弱解の話

ぶじょんぬい

2026年2月8日

概要

本稿では、アイコナール方程式、ハミルトン・ヤコビ方程式などの非線形偏微分方程式に対して有効な弱解の概念である「粘性解 (Viscosity Solutions)」について概説する。粘性解は1980年代初頭に M. G. Crandall と P. L. Lions によって導入され、制御理論や微分ゲーム、画像処理などの幅広い分野で応用されている。定義自体は「関数が最大値をとるならば、その一階微分は0で、二階微分は負である」という高校生でもよく知っている事実に基づく比較的単純なものであるが、その理論は非常に豊かであり、現代の非線形 (楕円型, 放物型) 偏微分方程式論において重要な役割を果たしている。