

ピタゴラス三角形と体論

ロイロット博士

2026年3月

「数学セミナー (2025年12月)」のコーナー「エレガントな解答をもとむ」に、「ピタゴラス三角形 (3辺の長さがすべて自然数の直角三角形) の鋭角は π の無理数倍であることを証明せよ」という主旨の出題があった。私はこの解答に応募したが、解答編に掲載された模範解答とは異なる「拡大次数の議論に基づく証明」によって解答したので、その内容を紹介する (数学セミナー誌上には紹介なし)。証明は複素平面上に直角三角形を描くことから始まり、体の拡大、最小多項式と拡大次数の関係、円分多項式など、体論の基本的な概念や定理が登場するが、ちょっとした脱線も交えて自分が感じた体論の面白さを紹介したい。

予備知識は、群・環・体の定義程度。

参考文献

[1] イアン・スチュアート, 『明解ガロア理論 [原著第3版]』, 講談社, 2010