ミンコフスキー空間内の光的曲線について

山中 正和

3次元ユークリッド空間内の曲線には、比較的自然な方法で「フレネ標構」とよばれる各点の正規直交基底を行列化したものを定義することができ、その点ごとの変化の具合を表す曲率や捩率を定義することにより、「フレネ-セレ公式」を得ることができます。

では、3次元数空間内の2つのベクトル $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ に対して内積を

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 - a_3 b_3$$

と定義した3次元ミンコフスキー空間ではどうでしょうか。この空間ではベクトルの長さがマイナスや0になることがあるので、ユークリッド空間と全く同じようには曲率を定義することができません。

本講演ではまず、ミンコフスキー空間の不自由さをどのように解消して曲率を定義するのかについて説明します。メインの内容として、接ベクトルの長さが常に0になる「光的曲線」の具体例や構成方法を紹介します。ここでは「零的標構（曲線の点ごとの正規直交基底に対応するもの）」や「擬曲率」などを定義してから、（光的曲線版の）フレネ-セレ公式を導きます。そして任意の関数を与えることにより光的曲線を得る公式を導きます。擬曲率が一定になるものなどの光的曲線の一般的な形や具体例をなるべくたくさん紹介できればと考えています。

予備知識

大学1年程度の知識でも雰囲気は分かると思いますが、フレネ-セレ公式に触れたことがあると理解しやすいと思います。

参考文献

- [1] 井ノ口順一 - 1 + 1次元の世界-ミンコフスキー平面の曲線 現代数学社 2022年
- [2] 井ノ口順一 - 1 + 2次元の世界-ミンコフスキー空間の曲線と曲面 現代数学社 2022年
- [3] H.Liu,S.D.Jung, Null curves and representation in three dimensional Minkowski spacetime, New Horizons in Mathematical Physics **1**,no.1,1-7, 2017年
- [4] B.Nolasco,R.Pacheco, Evolutes of plane curves and null curves in Minkowski 3-space, J.Geom. **108**,195-214, 2017年
- [5] Z.Olszak, A note about the torsion of null curves in the 3-dimensional Minkowski spacetime and the Schwarzian derivative,Filomat **29**,no.3,553-561, 2015年