多重ゼータ関数の解析接続とその性質について

色数 (@ATDY6GzGZoYWRWz)

【背景】

Euler-Zagier 型多重ゼータ関数 (以降 EZ 型多重ゼータ関数) は $s_i \in \mathbb{C}$ ($i = 1, 2, \dots, r$) に対して

$$\zeta_{EZ,r}(s_1, \dots, s_r) := \sum_{0 < n_1 < n_2 < \dots < n_r} \frac{1}{n_1^{s_1} n_2^{s_2} \dots n_r^{s_r}}$$

という級数で定義され, $\Re(s_{r-k+1} + \dots + s_r) > k$ ($k = 1, 2, \dots, r$) において絶対収束する. EZ 型多重ゼータ関数の解析接続は様々な手法で与えられてきた. 解析接続が確立されると, その関数の性質を調べようとするのは当然のことである. ここで, 解析接続とは異なるストーリーとして, すべての変数を絶対収束領域に入っている正整数に限ったときに EZ 型多重ゼータ関数が様々な有理数係数の関係式を持つことが今日まで研究されてきた. そこで当然, その関係式が整数点に限った現象なのか, つまりは複素関数で補間することができるのかが疑問として浮かび上がる.

【講演内容】

講演では多重ゼータ関数の解析接続の手法を 2 通り紹介する. また背景で述べた疑問に対するいくつかの結果を紹介する. 時間に猶予があれば, 私の結果をいくつか紹介しようと思う.

【必要な予備知識】

高校数学の知識があれば十分である.