

カンドルと対称空間の研究のすすめ

岩永翔 X@tusbiseki (理科大の微積分管理人・数学ミニプレゼン主催)

2025年2月16日

1 Introduction

数学科の学生にとって、修士課程の2年間というのはあまりに短い。分野にはよるだろうが一般的には大学4年間で学ぶ数学程度では研究の入り口にも辿り着かないことのほうが多いように思う。専門的な内容はどれも抽象度が極めて高く平易に書かれている文献も少ないため理解するだけでも莫大な時間がかかる。ようやく一通りの勉強を終えても、論文を読み、最新の研究に追いつかなければならない。人によっては、修士課程の期間に就職活動をしなければならなかったり、教員採用試験や公務員採用試験などを受験するための勉強が必要だったりする人もいる。学費や生活費を補うためにアルバイトを余儀なくされている人も少なくないと思う。

そんな中で指導教官の先生から、「どんなに小さくてもいいからオリジナルの結果を出すこと」を修士課程の目標として求められることが一般的ではないだろうか。たった2年間の中でここまで成し遂げるのは至難の業であると思う。実態としては数学科の修士課程の学生でオリジナルの結果を出すところまで研究ができる学生はそこまで多くはないのではないだろうか。

数学科の院生は皆非常に優秀なはずである。世間一般的には嫌いな人が多い数学という学問を選び、大学院まで行くという人生の選択をした人だからである。オリジナルの結果を出すために必要なことは「いかに早く研究のスタートを切るか」に尽きると思う。本講演では具体的に「カンドルと対称空間」という研究テーマを数学科の修士の学生に布教する。予備知識が少なくすぐに研究に着手できること、始まったばかりの研究で先行結果が少なく、未知の問題を見つけやすいことがおすすめの理由である。それでいて幾何学と代数学を繋ぐ挑戦的な研究であり、非常にやりがいがある研究テーマであると思う。

2 Abstruction

カンドルは集合 X 上にある2項演算が定義された「代数的構造」を持った研究対象で、主に結び目理論で登場する概念である。一方対称空間は Riemann 多様体 M 上の各点 $p \in M$ に点対称と呼ばれる等長写像 s_p が定義された「幾何学的構造」を持った研究対象である。Joyce によって、対称空間がカンドルになることが発見された。これを受けカンドルを「離散的な対称空間」と捉えてカンドル上に対称空間のアナロジーを構築しようというのがこの研究テーマでやりたいことである。本講演では線形代数と群論がわかる程度の予備知識があれば十分に楽しめる内容になっている。なくても楽しめるように適宜知識は補足しながら話す予定である。多様体の知識があればより楽しめると思うが球面 S^n だと思って聞いてもらえれば十分である。