

外延性公理の否定を満たす集合論と等号の注意点

岡本 和也

集合の等号を「要素が同じこと」と定義することがあります。ここでは要素が同じことを \equiv と書いて、普通の等号 $=$ と区別します。

定義. 集合 A, B について A と B の要素が同じことを次で定義する。

$$A \equiv B :\Leftrightarrow \forall x(x \in A \Leftrightarrow x \in B).$$

ZFC の公理に現れる $=$ を \equiv に置き換えた公理系では、帰属関係 \in の左側の代入が証明できません。

$$\forall C \forall A \forall B (A \equiv B \Rightarrow A \in C \Rightarrow B \in C).$$

講演では、順序数を用いて ZFC - 外延性公理 + \neg 外延性公理のモデルを構成し、 \equiv の代入が証明できないことを示します。

参考文献

- [1] K. Kunen (藤田博司 訳), 集合論 独立性証明への案内, 日本評論社, 2015.