

# 非古典論理の雰囲気になんとなくわかった気になる話

ちよーさん\*

数学の根幹となる『論理』の部分を実験的考察の対象として研究することで我々がもつ『論理』の可能性と限界を明らかにする、というのが巷でよく言われる数理論理学ないし数学基礎論への説明です。この説明の是非は置いておくとして、こういった話を聞いて数理論理学に興味を持った人も多いのではないのでしょうか。実際、数理論理学は『論理』を対象とした数学であり、そこには『論理』を形式化することでそれがもつ性質を調べようとする営みがあり、その古典的な結果として健全性定理や完全性定理や不完全性定理といった定理が知られています。

一方、「現代の数学基礎論はもはや数学の基礎を研究する段階になく、数学基礎論という名称自体が実態に合っていない」という批判もあります。これは数理論理学の入門として話されがちな完全性定理あたりまでの結果の先に公理的集合論やモデル理論や計算論などなど多くの分野への繋がりがあり、それらの分野の中では「数学の根幹たる『論理』を調べる」という当初のモチベーションからは乖離した議論が行われているためです。

そこで本講演では数理論理学を知らない人や知っていても詳しくはないという人を対象に、入門的な数理論理学の概説を話した後、その発展分野の例として非古典論理を紹介します。通常の数理論理学の入門で扱われる論理は古典論理と呼ばれる論理で、普段の数学を展開するのに必要十分な強さと表現力を持っています。これに対して非古典論理では古典論理とは異なる強さの証明能力をもつ論理や、古典論理とは異なる表現力をもつ論理を考えます。具体的には「排中律が使えない論理」と言われる直観主義論理や「様相を扱える論理」と言われる様相論理などです。

本講演では古典論理の場合から始めて健全性・完全性定理を中心に「排中律が使えないってどんな世界?」「様相を扱えるってどういうこと?」という疑問を解消しながら、非古典論理の中でどういう風に『論理』を扱っていくのか? 非古典論理とかいう分野がどういうことをするものなのか? の雰囲気を味わってもらいます。

---

\* Twitter(現 X)ID : @kyo.math1729