

非可換ホッジ理論/ Hitchin 可積分系入門

セシル☆@sesiru8

コンパクトな非特異代数曲線 Σ について, その上の半安定ベクトル束のモジュライ空間 \mathcal{M}_Σ を考える. このモジュライ空間そのものでなく, 余接束 $T^*\mathcal{M}_\Sigma$ を見ると自然な代数的完全可積分系の構造が入っていることが示されている. また, この余接束がパラメトライズしているものを「Higgs 束」という. 余接束をコンパクト化したところまで考えることで, 元のベクトル束の安定性を緩めた「(半) 安定 Higgs 束」が定義される. これらのモジュライ空間が存在し, その可積分系構造を Hitchin 可積分系という.

「Higgs 束」はベクトル束 E と Higgs 場 $\theta \in H^0(\Sigma, \text{End}E \otimes \omega_\Sigma)$ と呼ばれる要素のペアである. Higgs 束は主に行列の道具を使って調べることができる. 具体的には, Hitchin 可積分系から Higgs 場の特性多項式のなす空間に写像が構成でき, 各ファイバーは特性多項式が定める代数曲線のヤコビ多様体になっている. これは固有値と固有ベクトルの族と見做すことができる.

本講演では代数幾何学の基礎知識を仮定して, 上記の Hitchin 可積分系および非可換ホッジ理論の入門的な話をする予定である.

参考文献

- [1] R. Donagi, E. Markman, *Spectral covers, algebraically completely integrable, Hamiltonian systems, and moduli of bundles*. Integrable systems and quantum groups (Montecatini Terme, 1993), 1-119, Lecture Notes in Math., 1620, Fond. CIME/CIME Found. Subser., Springer, Berlin, 1996.