

双曲幾何の世界の三角比の公式たち

山中 正和

双曲幾何とはユークリッド幾何学における平行線公準を否定した幾何学の1つです。双曲幾何においても、双曲線関数を用いることによって、ユークリッド幾何の正弦定理や余弦定理に対応する公式が存在します。さらに、双曲幾何では他にさまざまな公式が得られます。例えば、すべての角が直角であるような6角形(直角双曲6角形)における公式などです。

講演では双曲幾何を実現するモデルを3つ紹介します。一つ目は3次元空間に特殊な内積を入れたミンコフスキー空間内の双曲平面モデル、二つ目は単位円の内部に特殊な計量を入れたポアンカレ円板モデル、三つ目は2次元空間の y 座標が正の部分に特殊な内積を入れた上半空間モデルです。

講演は、双曲幾何における公式を紹介し、主に双曲平面モデルを用いて証明することがメインです。また、直角双曲六角形の公式を用いて、直角双曲六角形は3つの辺の長さを与えると1つに決定するという面白い性質が示されることも紹介する予定です。時間があれば複素数平面上で定義される複比(非調和比)から双曲幾何に距離を導入する手法についても触れます。

前提知識は高校の数学 III 程度です。簡単な線形代数や外積に関する知識もあれば理解しやすいと思います。大学数学に触れたことがなくても概ね理解できる内容です。お気軽に参加していただけると幸いです。

参考文献

- [1] 深谷賢治著 双曲幾何 岩波書店 2004年
- [2] 谷口雅彦・奥村善英共著 双曲幾何学への招待 培風館 1996年
- [3] 小林昭七著 ユークリッド幾何から現代幾何へ 日本評論社 1990年
- [4] 河野俊丈著 曲面の幾何構造とモジュライ 日本評論社 1997年
- [5] 阿原一志著 作図で身につく双曲幾何学 共立出版 2016年