無理数度の周辺知識と関連する未解決問題

佐久間雄大

【背景】

無理数度と呼ばれる考え方があり、以下のように定義されている.

定義(無理数度)

 α を実数とし、定数 C>0 が存在して、全ての有理数 $\frac{p}{q}$ (q>0) に対して

$$\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| \ge \frac{C}{q^{\mu}}$$

が成り立つとき、 μ のことを α の無理数度と呼ぶ。特に、 μ の下限を最良無理数度と呼ぶ。

この無理数度の値に関しては以下のように分かっている.

$$\mu = \begin{cases} 1 & (有理数) \\ \ge 2 & (無理数) \\ \infty & (リウヴィル数) \end{cases}$$

具体的な定数に関しては、円周率 π の最良無理数度が現在約2に近い値であることが分かっており、その下限を求めることが期待されている。

【講演内容】

講演では無理数度を定義し、リウヴィルの定理など周辺知識を紹介する. 最後には、無理数度と最近まで未解決問題であった Flint Hills 級数の収束性の関係性を見ることで、今後の研究の方針などを提案する.

【必要な予備知識】

本講演の内容を理解してもらうには高校数学の知識があれば十分である.しかし,最小多項式など代数学でよく使われる用語の定義を知っていると理解度が高まると考える. もちろん,高校数学の範囲を超える内容については講演中に説明を行うので,知らなくとも大丈夫である.