等式 $x(yz) = (xy)(xz)$ を満たす代数系

でぃぐにゃん
2024 年 2 月 12 日 作成 / 2024 年 3 月 13 日 更新

集合とその上の 2 項演算の組 $(S, \cdot)$ は次の公理を満たすとき **LD システム**と言う：

$$\text{任意の } x, y, z \in S \text{ に対して } x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot (x \cdot z).$$

ここでこの演算には結合法則を課さない.

奇妙な代数系に見えるかもしれないが，実はこれは組み紐群の分野，集合論の分野それぞれで自然に登場するものである.

LD システムの「語の問題」，すなわち LD システムの言語 $\{\cdot\}$ の項 $t(v_1, \ldots, v_n), t'(v_1, \ldots, v_n)$ が与えられたとき，等式 $t(v_1, \ldots, v_n) = t'(v_1, \ldots, v_n)$ が LD システムの公理系から導出できるを判定することが計算可能にできるかという問いを考えてみよう．実は，これが当初 Laver により，集合論的な見地から ZFC + I3 というかなり超越的な集合論の公理体系のもとで示されていた．後に Dehornoy が組み紐群の観点から ZFC での証明を与えた.

この講演では，LD システムが組み紐群，集合論の両方で自然に現れることを見て，組み紐群の話を使って，語の問題の肯定的解決の証明を追おうと思う．最後にこれらの話に関連して，Laver 表という対象についても触れる．Laver 表にはかなり奇妙な未解決問題が残っている.

参考文献

[Deh12] Patrick Dehornoy. *Braids and Self-Distributivity*. Progress in Mathematics. Birkhäuser Basel, 2012.

[Deh10] Patrick Dehornoy. “Elementary embeddings and algebra”. *Handbook of Set Theory* (2010), pp. 737–774.