# 連立一次方程式の非負整数解の個数を複素積分で計算する

N.Y

$A$と$\mathbf{b}$を$A \in \mathbb{Z}^{m\times n}, \mathbf{b} \in \mathbb{Z}^m$であって, $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | A\mathbf{x} = \mathbf{o}, \mathbf{x} \geq \mathbf{o}\} = \{\mathbf{o}\}$を満たすものであるとする.このとき,
$\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{o}\}$ は$\mathbb{R}^n$のコンパクト集合になるため,連立一次方程式$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$の非負整数解は有限個になる.
今回の発表ではこの非負整数解の個数が
$\frac{1}{(2\pi i)^m} \int_{|x_1|=\gamma_1} \cdots \int_{|x_m|=\gamma_m} \frac{z_1^{b_1-1} \cdots z_m^{b_m-1}}{\prod_{j=1}^{n}(1-z_1^{-a_{1j}} \cdots z_m^{-a_{mj}})}$ (ただし$\gamma_i > 0$ for all $i$, $\gamma_1^{a_{1j}} \cdots \gamma_m^{a_{mj}} > 1$ for all $j$)
と表せるということを話す.

また, 以下の話題についても時間と労力の許す限り話したい.

・上記結果を高次ディオファントス方程式に応用するにはどうすればよいか.
・連立一次方程式の整数解の存在範囲を評価することはできるか.

## 参考

Lasserre, Zeron, 2001 "On counting integral points in a convex rational polytope", Mathematics of Operations Research Vol. 28, No. 4 (Nov., 2003), pp. 853-870
Lasserre, 2004 "A discrete Farkas lema",Discrete Optimization Volume 1, Issue 1, 15 June 2004, Pages 67-75
I. Borosh and L. B. Treybig, 1992 "A Sharp Bound on Positive Solutions of Linear Diophantine Equations " SIAM J. MATRIX ANAL. APPL.Vol. 13, No. 2, pp. 454-458