

# 代数多様体の崩壊とトロピカル化

すてふ @ Sgt\_stephen3rd

一般に、2つの点の間に距離が定義された集合のことを距離空間というが、実は与えられた2つの距離空間の間にも距離に相当するモノが定義でき、これはグロモフ-ハウスドルフ距離と呼ばれている。リーマン多様体は距離空間であるので、リーマン多様体の列についてグロモフ-ハウスドルフ距離に関する極限を考えられる。このリーマン多様体の極限は、曲率に関する有界性を仮定したリーマン多様体の場合が盛んに研究され、チーガー-コールディングの理論をはじめとして栄華を極めてきた。それはそれとして、近年、リーマン多様体のある種の複素幾何版でもあるケーラー多様体についてもグロモフ-ハウスドルフ極限を考える仕事がいくらかなされ始めてきた。例えば [1] では、リッチ曲率が有界なケーラー計量を備えた Fano 多様体の列が正規代数多様体に収束することが示され、さらにその特異点も詳しく解析されている。これらの研究はケーラー多様体上の標準的な計量の存在問題にモチベートされた研究であるが、 [2] [3] [4] などで、代数多様体のモジュライ空間の研究にモチベートされた代数多様体の崩壊理論の研究が始まった（なお、widely open であるものの、標準的な計量の存在にモチベートされた崩壊理論とモジュライ問題にモチベートされた崩壊理論は  $K$  安定性と呼ばれる概念を通じて密接に関わっているのではないかと期待がされている）。本講演ではこの辺りの話を widely open な代数幾何学者たちの夢や期待も交えつつ紹介する予定である。

## 参考文献

- [1] S. Donaldson, S. Sun, Gromov-Hausdorff limits of Kahler manifolds and algebraic geometry, arXiv:1206.2609
- [2] Y. Odaka, Tropical geometric compactification of Moduli, I - Mg case -, arXiv:1406.7772.
- [3] Y. Odaka, Tropical geometric compactification of Moduli, II - Ag case and holomorphic limits -.
- [4] Y. Odaka, Y. Oshima, Collapsing K3 surfaces, Tropical geometry and Moduli compactifications of Satake and Morgan-Shalen type.