

# 斜体の公理から乗法結合律を外せば有限非可換なものが 存在するかという問題について

N.Y

Wedderburn(1905)により有限斜体の乗法はすべて可換であることが知られている。今回は斜体の公理から乗法の結合律を外した場合位数有限で乗法が非可換な例が存在するかどうかということを問題意識として持って話をする。

上記問題意識のもと、大きく分けて以下二つの話題に触れる

◆Landquist(2000)において semifield と呼ばれる概念が定義されている。

semifield とは加法と乗法 2 つの 2 項演算が定義された集合であって

- ・ 足し算についてはアーベル群で加法単位元  $0$  が存在する
- ・ 零因子が  $0$  のみである
- ・ 分配法則が成り立つ
- ・ 乗法単位元  $1$  が存在する

を満たすことである。上記論文において位数が有限でかつ乗法について非結合的かつ非可換な例が存在することが示されている。また更に、有限 semifield の位数は素数冪に限られていることも示されている。

◆斜体の公理から乗法結合律を外したものと一口にいってもその定義の仕方には微妙に異なったバリエーションがある。例えば乗法逆元と左逆元の存在から逆元の一意性を言うには乗法の結合律を用いる必要があり、つまり逆元の一意性を課すか課さないかで具体例が存在するかしないかが変わる。そのため、公理の仮定をいくつか強めたり緩めたりしながら有限代数の具体例を探索できる機械的な手続きがあると便利である。今回の講演では具体例探索の方法として SAT solver を用いる方法を提案する。

参考

Landquist(2000) On Nonassociative Division Rings and Projective Planes

Bright et.al (2019) Effective problem solving using SAT solvers