

曲面のキルト分解の変換のなす亜群の表示

沢村弘昌

2026 年 10 月

私は 50 歳の塾講師です。2001 年 1 月に、東大数理に修士論文 ([F1]) を提出した直後に大きな病気となり、その修士論文は出版されることなく数年後に単位取得退学しました。

紆余曲折を経ましたが、昨年末から、再びその修士論文を出版しようとしています。今年 3 月には、当時の指導教官の先生と二十年ぶりにつながり直し、その修士論文はいまだに出版する価値があると知りました。

[F1] をまとめた今回の論文が [F2] です。

[F2] はこのたび一応完成し、2026 年 9 月 4 日、arXiv に公開されました。

内容については以下です。

Nakamura-Schneps によって定義された、曲面のキルト分解 (quilt decomposition of a surface) とは、曲面のパンツ分解に、「ぬい目」を付け加えたようなものです。これの変換のなす亜群の表示を求めました (定理 1)。また、キルト分解のキルトの片面に「色」をぬったようなものとして、曲面の色つきキルト分解 (colored quilt decomposition of a surface) を定義しました。これの変換のなす亜群の表示も求めました (定理 2)。これらの亜群の表示は、それらの曲面上の up to isotopy な構造を頂点とする単連結な 2 次元セル複体を構成することで得られます。これらの研究の動機については詳しく述べられませんが、数論的な興味 (Belyi の結果による)、また、位相的量子場の理論 (topological quantum field theory, TQFT) などがあります。また、それらの複体に、Torelli 群が freely に作用することを示しました (定理 3)。

この論文は長く preprint であるわけですが、2004 年に、[I] に引用されています。

内容は以上ですが、今回は、この論文がたどった経緯等も、物語調で交えながらの発表としたいと思います。また、予備知識として、「群」「群の表示」「セル複体」「イソトピー (ホモトピー)」「基本群 (単連結)」等をご存じだとより分かりやすいですが、これらの知識がまったくなくても、絵で説明することによって、定理 1 と定理 2 の結果 (主たる結果) は、直感的な説明が可能だと思いますので、そのような発表としたいと思います。(定理 3 は、どうしても群やホモロジーの知識が要ります。定理 3 は簡単に直感的に触れるに留めます。)

References

[F1] H.Fuchizawa, Quilt decompositions of surfaces and Torelli group action on the extended Hatcher complex, master's thesis, the Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, 2001

[F2] H.Fuchizawa, Quilt decompositions of surfaces and Torelli group action on the extended Hatcher complex, preprint

[I] T.Ichikawa, Teichmüller Groupoids, and Monodromy in Conformal Field Theory, Commun. Math. Phys. 246, 1-18 (2004)