

# 有限生成無限単純群の構成

y. (@waidotto)

数学において、群 (group) という概念は Évariste Galois が代数方程式の可解性について調べる過程で導入されました。群は二項演算を備えた集合であって、結合法則をみたし、単位元を持ち、どの元も逆元を持つという条件をみたすものとして定義されます。また、群は図形や空間などの数学的対象の対称性を表すものとして説明されることも多いです。

単純群 (simple group) というのは、自身と  $\{1\}$  以外に正規部分群を持たない群であり、群の中でも素数のような役割を果たす重要な群です。単純群のうち有限なものについては、現在では既に分類が完了していません (その証明は決して容易ではありませんが)。では、無限な単純群についてはどのようなものがあるかという点、例えば  $\mathbb{Q}$  上の射影特殊線形群  $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Q}) = \mathrm{SL}_2(\mathbb{Q})/\{\pm 1\}$  などがありません。しかし、すぐにわかることですが、この群は有限生成ではありません。それでは、有限生成な無限単純群はあるのでしょうか？ 実は、有限生成な無限単純群は存在するのですが、その例は 1951 年になって初めて G. Higman によって与えられました。本講演では、群の有限表示や融合積などの基本的な定義から始めて、Higman による有限生成無限単純群の構成を紹介します。

## 参考文献

- [1] J.-P. Serre, *Trees*, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1980. Translated from the French by John Stillwell.