

# ヴェイユ予想と $\ell$ 進層のフーリエ変換

梅崎直也@unaoya

2021 年 1 月 24 日

ヴェイユ予想とは有限体  $\mathbb{F}_q$  上定義された代数多様体  $X$  の合同ゼータ関数  $Z(X/\mathbb{F}_q, T)$  が持ついくつかの性質についての予想です。合同ゼータ関数は、方程式の解の個数についての母関数として

$$Z(X/\mathbb{F}_q, T) = \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty} |X(\mathbb{F}_{q^n})| \frac{T^n}{n}\right)$$

により定義されるもので、予想は

1. 有理性
2. 関数等式
3. ベッチ数との関係
4. リーマン予想の類似

からなります。この予想は、最終的にドリーニュ [1, 2] によりリーマン予想の類似が証明されたことで完全に解決しました。

リーマン予想の類似については上のドリーニュによる証明ののち、 $\ell$  進層のフーリエ変換を用いた別証明がローモン [3] により与えられました。この講演ではヴェイユ予想及び  $\ell$  進層のフーリエ変換について簡単に説明した上で、フーリエ変換を用いたリーマン予想の類似の証明の概略を紹介します。

## 参考文献

- [1] Pierre Deligne, La conjecture de Weil : I, Publ. Math. IHES, 43 (1974), 273-307, [http://www.numdam.org/item/PMIHES\\_1974\\_\\_43\\_\\_273\\_0/](http://www.numdam.org/item/PMIHES_1974__43__273_0/).
- [2] Pierre Deligne, La conjecture de Weil : II, Publ. Math. IHES, 52 (1980), 137-252, [http://www.numdam.org/item/PMIHES\\_1980\\_\\_52\\_\\_137\\_0/](http://www.numdam.org/item/PMIHES_1980__52__137_0/).
- [3] Gérard Laumon, Transformation de Fourier, constantes d'équations fonctionnelles et conjecture de Weil, Publ. Math. IHES, 65 (1987), 131-210, [http://www.numdam.org/item/PMIHES\\_1987\\_\\_65\\_\\_131\\_0/](http://www.numdam.org/item/PMIHES_1987__65__131_0/).