

BV形式と場の理論

第二宇宙賢者(忍者)

この講演は、BV形式を使って場の理論を数学的に記述する枠組みを場の空間が有限次元の場合の toy model を用いて紹介することを目的とする。

「Batalin-Vilkovisky 形式 (BV 形式)」とは、場の量子論のゲージ理論を記述するために、物理学者の Batalin-Vilkovisky により 1980 年代に導入された枠組みである。その後、この BV 形式は数学者の A.Schwarz [S93] により超多様体 (あるいは dg 多様体) 上の幾何学の言葉を用いて整理された。BV 形式とは何かを一言でいうなら、ホモロジー代数的に期待値を取る枠組みであると言える。結果として、ホモロジー代数的にいわゆる場の量子論の経路積分を実行出来ることが期待される。

場の理論の数学的定式化は数学者の長年の課題であるが、近年、Kevin Costello 氏とその共同研究者や弟子たちによって急速に研究され発展している、この「BV形式」と「前因子化代数」というものを使って場の量子論を定式化する枠組み [CG17] が摂動論のレベルでは非常にうまくいっているため、BV形式の重要性は非常に増していると言える。

この講演では、場の理論とは何かという大雑把な話から始めて、ガウス積分を例に場の理論と BV 形式の具体例を見せた後、有限次元の toy model として多様体上の関数の積分を BV 形式を用いてどのように記述するかについて解説をする予定である。

物理の知識は一切仮定しないし、話の前半ではたぶんガウス積分くらいしかしないと思われるが、話の後半では線形代数や学部卒業レベルの幾何、そして多少の代数の知識は仮定をして話を進める予定である。具体的には、線形代数全般 (テンソル, 商空間, 双対空間), 多様体論 (ベクトル場, 微分形式, de Rham 理論), 複体のコホモロジーの定義などである。つまり大蛇 (^)(^)(^) まあアレです, [大蛇] を見てみてください (^)(^)(^)

参考文献

- [CG17] K. Costello and O. Gwilliam. *Factorization Algebras in Quantum Field Theory*. Vol. 1, vol. 31 of New Mathematical Monographs, Cambridge University Press, Cambridge (2017)
- [S93] A. Schwarz. Geometry of Batalin-Vilkovisky quantization. *Comm. Math. Phys.*, 155(2):249–260, 1993. arXiv:hep-th/9205088
- [大蛇] 第二宇宙賢者(忍者). BV形式と場の理論. <https://drive.google.com/file/d/1k07n-xDYxvG-epR90ez3XdTaHE51KukR/view?usp=sharing>