

俺の嫁 (フラクタル) は無理数次元

Tai @math923snapper

2021 年 1 月 24 日

世間ではよく「あずにゃ〇は俺の嫁」のようにアニメのキャラクターを勝手に嫁, つまり 2 次元の中に嫁を作る人が多く存在する. そして, その嫁と同じ空間に行くために自身を微分したり, 嫁を積分したりしたいという欲求に駆られる話が多くあるわけである. このように我々は, 自然数の次元の中で話を進めることが多く, 特に嫁 (数学) の対象として微分積分を使って解析できるものがほとんどである. しかし, 世の中では常識では考えられないような性質を持った集合や関数が多く存在し, 著者はそれに心を惹かれた. 今回は, そのような集合のある種のもの, 特に自己相似性という性質を持つフラクタルという図形について発表をする. 自己相似性とは図形の部分と全体が相似的になっていることを指し, フラクタル図形には以下のようなものが例としてある.

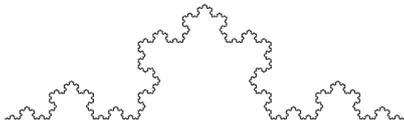


図 1 コッホ曲線

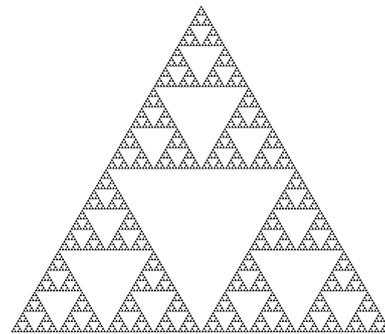


図 2 シェルピンスキーギャスケット

世間一般に 1 次元と言われたら「線」, 2 次元と言われたら「面」, 3 次元と言われたら「空間」とよく言われているが, 図 1 のコッホ曲線の次元は $\frac{\log 4}{\log 3}$, 図 2 のシェルピンスキーギャスケットの

次元は $\frac{\log 3}{\log 2}$ のようにこれら 2 つは 1 より大きく 2 より小さい無理数の次元をとる.

また, 「微分可能な関数である」というときイメージとしてはグラフが真っ直ぐや滑らかなものである. しかし, 図 1 のコッホ曲線は拡大しても拡大しても同じような構造を持っているため, どんな点についてもギザギザしていて微分ができない.

今回は, 図 1 のコッホ曲線や図 2 のシェルピンスキーギャスケットを一般化し, それらがどのような形を描くか, また次元はどうなるか, フラクタル図形の中にも微分できるものがあるかななどを難しい数学を用いず美しい絵を使って紹介できたらと思う.