代数的整数論　類体論入門

@alg_d

整数論といえば，皆さんご存じの通り 0 とか 1 とか 2 のような普通の数について考える理論です．(例えば有名な問題として「素数 $p \neq 2$ が整数 x, y を使って $p = x^2 + y^2$ と書ける条件は何か?」というものがあります．答えは $p \equiv 1 \pmod 4$ です．) これはつまり環 $\mathbb{Z}$ について考えているとも言えると思います．$\mathbb{Z}$ に関することなので，問題の主張自体は簡単に理解できるものも多いです．ところが，そのような問題であっても $\mathbb{Z}$ ではなく他の環 (例えば $\mathbb{Z}[\sqrt{-1}] := \{a + b\sqrt{-1} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ など) を考えることが有効なことがよくあります．そこでひとまず ($\mathbb{Z}[\sqrt{-1}]$ のような) 代数的整数環と呼ばれる種類の環について調べようというのが代数的整数論です．類体論とは，その代数的整数論の中でも最強の理論です (個人の感想です)．

この講演では，類体論について「主張を理解すること」を目的に解説を行い，実際にどのような応用ができるかを紹介します．前提知識としては，簡単な代数学 (特に Galois 理論) の知識を仮定します．

参考文献

[1] @alg_d, 代数的整数論 類体論, `http://alg-d.com/math/number_theory/`

[2] 高木 貞治,『代数的整数論 一般論及類体論』, 岩波書店, 1971 年

[3] 加藤 和也，黒川 信重，斎藤 毅,『数論 I—Fermat の夢と類体論』，岩波書店，2005 年