

チェス盤とカードのパズルに付随する 完全符号の族

ヘカテー@HKTmine

2021/3/21

概要

本講演では、ある二つの論理パズル(チェス盤とカード)を紹介する。そのうちの
一つは、「ポーンがランダムに配置された 8×8 のチェス盤に対して、ある1マスのポ
ーンの有り無しを変更するだけで1~64までの任意の整数を表せるか」という既に
知られたパズルであり、もう一つは「裏表ランダムにシャッフルされた52枚の同じカ
ードの束に対して、ある場所に1枚同じカードを挿入するだけで1~54までの任意
の整数を表せるか」というオリジナルのパズルである。

さらに、これらの解法が、符号理論における完全性と呼ばれる性質を持つ符号(完
全符号)の族に対応していることをみる。チェス盤の論理パズルの解法は、ハミング符
号と呼ばれる符号の長さを伸ばした、伸張ハミング符号の完全性に対応し、カードの
論理パズルの解法は、VT符号と呼ばれる符号の完全性に対応する。ハミング符号は単
一の反転誤りを訂正出来る符号として知られている [1]。VT(Varshamov-Tenengolts)
符号は単一の削除誤りを訂正出来る符号として知られている [2], [3]。各符号の性質
に触れながら、二つの論理パズルを成り立たせるような仕組みの解説をする。

前提知識は線形空間の準同型定理の知識があれば十分とし、符号理論の知識は必
要としない。本講演の内容は Mathlog の記事 <https://mathlog.info/articles/1206> や
<https://mathlog.info/articles/1342> に書いたものである。ちなみに、完全性には触れ
ていないが、チェス盤のパズルをハミング符号の応用として紹介している文献は既にあ
り、ハミング符号の帽子パズル(Hat Guessing)への応用と共に紹介されている [4]。

参考文献

- [1] Richard W Hamming. Error detecting and error correcting codes. *The Bell system technical journal*, 29(2):147–160, 1950.
- [2] G.M. Tenengolts and R.R. Varshamov. Correction code for single asymmetrical errors(binary code correcting single asymmetric errors). *Automation and Remote Control*, 26:286–290, 1965.
- [3] V.I. Levenshtein. Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals. *Soviet physics doklady*, 10(8):707–710, 1966.
- [4] Andy Liu. Two applications of a hamming code. *The College Mathematics Journal*, 40(1):2–5, 2009.